



2017年理学部第1問

1 a を実数の定数とし、 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で2つの曲線 $C_1: y = 1 + \cos 2x$ と $C_2: y = a \cos x$ を考える。 C_1 と C_2 は $0 < x < \frac{\pi}{2}$ において共有点をただひとつもつとし、その共有点の x 座標を t とする。 $0 \leq x \leq t$ の範囲で C_1 , C_2 および y 軸で囲まれた部分の面積を S_1 とし、 $t \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積を S_2 とする。以下の各問に答えよ。

- (1) 関数 $y = 1 + \cos 2x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$) の増減, 最大最小, および曲線 C_1 の凹凸, 変曲点を調べ, C_1 の概形をかけ。
- (2) a のとり得る値の範囲を求めよ。また, a を t を用いて表し, t のとり得る値の範囲を求めよ。
- (3) $S_1 + S_2$ を t を用いて表せ。
- (4) t が (2) で求めた範囲を動くとき, $S_1 + S_2$ が最小になる t の値を求めよ。