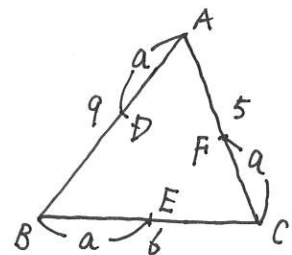


2010年工・ライフデザイン 第2問

数理
石井

2 三角形ABCがあり、その辺AB, BC, CAの長さはそれぞれ9, 6, 5とする。また、辺AB, BC, CA上にはそれぞれ点D, E, Fがあり、AD, BE, CFの長さはすべて等しく、その値がaであるとする。このとき、

- (1) 三角形ABCの面積は $\boxed{10}\sqrt{2}$ である。
 (2) $\angle ABC = B$ とすれば、 $\cos B = \frac{\boxed{23}}{27}$ である。
 (3) BDとBEの長さが等しくなるようにaを決めると、DEの長さは $\sqrt{\boxed{6}}$ になる。
 (4) $a = \frac{\boxed{35}}{16}$ であれば、 $\angle ADF$ が直角になる。
 (5) $a = 2$ ならば、三角形CFEの面積は $\frac{\boxed{8}}{3}\sqrt{2}$ になる。



(1) 余弦定理より $6^2 = 9^2 + 5^2 - 2 \cdot 9 \cdot 5 \cos A$

$$\therefore \cos A = \frac{9^2 + 5^2 - 6^2}{90} = \frac{7}{9}$$

$$\therefore \sin^2 A = 1 - \cos^2 A = \frac{32}{81} \quad \sin A > 0 \text{ より } \sin A = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

$$\therefore \Delta ABC = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 5 \cdot \frac{4\sqrt{2}}{9} = \underline{10\sqrt{2}} //$$

(2) 余弦定理より $\cos B = \frac{9^2 + 6^2 - 5^2}{2 \cdot 9 \cdot 6} = \frac{23}{27} //$

(3) $BD = BE$ より $9 - a = a \quad \therefore a = \frac{9}{2}$

余弦定理より $DE^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{23}{27}$

$$= 6$$

$$\therefore DE > 0 \text{ より } DE = \underline{\sqrt{6}} //$$

(4) 余弦定理より $DF^2 = a^2 + (5-a)^2 - 2a(5-a) \cdot \frac{7}{9}$

$\angle ADF$: 直角の時、三平方の定理より $a^2 + a^2 + (5-a)^2 - \frac{14}{9}a(5-a) = (5-a)^2$

$$a > 0 \text{ より } a = \frac{\boxed{35}}{16} //$$

(5) (1)と同じように $\sin C$ の値を求めると $\sin C = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$$\therefore \Delta CFE = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = \underline{\frac{8\sqrt{2}}{3}} //$$