



2017年第5問

5 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 1, \quad a_{n+2} = a_{n+1}a_n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める. 0以上の整数 k に対して, k を 3 で割った余りを $R(k)$ とする. 例えば, $R(5) = 2$ である. $b_n = R(a_n)$ とし, $s_n = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n$ とおく. 以下の問に答えよ.

- (1) $b_1, b_2, b_3, \dots, b_8$ を求めよ.
- (2) 0以上の整数 p, q に対して, $R(3p + q) = R(q)$ が成り立つことを示せ.
- (3) $R(a_{n+1}a_n + 1) = R(b_{n+1}b_n + 1)$ が成り立つことを示せ.
- (4) $b_{n+4} = b_n$ が成り立つことを示せ.
- (5) 数列 $\{s_n\}$ の一般項を求めよ.