

2016年理系第4問

4 次の問いに答えよ.

(1) 次の方程式が異なる3つの0でない実数解をもつことを示せ.

$$x^3 + x^2 - 2x - 1 = 0 \quad \cdots \text{①}$$

(2) 方程式①の3つの実数解を  $s, t, u$  とし, 数列  $\{a_n\}$  を

$$a_n = \frac{s^{n-1}}{(s-t)(s-u)} + \frac{t^{n-1}}{(t-u)(t-s)} + \frac{u^{n-1}}{(u-s)(u-t)} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める. このとき,

$$a_{n+3} + a_{n+2} - 2a_{n+1} - a_n = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つことを示せ.

(3) (2) の  $a_n$  がすべて整数であることを示せ.