

2016年理学部第5問

5 複素数平面上の異なる3点  $A(\alpha)$ ,  $P(i)$ ,  $Q(z)$  に対して, 点  $R(w)$  を

$$w = \frac{\alpha - i}{\bar{\alpha} + i} \bar{z} + \frac{\alpha + \bar{\alpha}}{\bar{\alpha} + i} i$$

により定める. ただし, 3点  $A(\alpha)$ ,  $P(i)$ ,  $Q(z)$  は同一直線上にない. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $\left| \frac{w - i}{z - i} \right|$  を求めよ.
- (2)  $\frac{z - w}{\alpha - i}$  の偏角  $\theta$  を求めよ. ただし,  $0 \leq \theta < 2\pi$  とする.
- (3)  $\alpha = \sqrt{3} + 2i$  とする.  $\triangle PQR$  が点  $A$  を重心とする正三角形となるとき,  $z$  の値を求めよ.