



2016年理工・生命科学・食環境科学 第3問

3 曲線  $y = \sin x \cos^3 x + x$  上の2点  $(0, 0)$ ,  $(\frac{5}{4}\pi, \frac{5\pi+1}{4})$  における接線をそれぞれ  $l_1$ ,  $l_2$  とする。  
 $l_1$ ,  $l_2$  の方程式は,

$$l_1: y = \boxed{\text{ア}} x,$$

$$l_2: y = \frac{1}{\boxed{\text{イ}}} x + \frac{1}{\boxed{\text{ウ}}} + \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \pi$$

であり,  $l_1$  と  $l_2$  の交点の座標は,

$$\left( \frac{\boxed{\text{カ}} \pi + \boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}, \frac{\boxed{\text{コ}} \pi + \boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \right)$$

である。

$$\begin{aligned} y' &= \cos x \cdot \cos^3 x + \sin x \cdot 3\cos^2 x \cdot (-\sin x) + 1 \\ &= \cos^4 x - 3\sin^2 x \cos^2 x + 1 \end{aligned}$$

$x=0$  を代入して,  $l_1$  の傾きは 2, よって,  $l_1: y=2x$  //

$$l_2 \text{ の傾きは } (-\frac{1}{\sqrt{2}})^4 - 3 \cdot (-\frac{1}{\sqrt{2}})^2 \cdot (-\frac{1}{\sqrt{2}})^2 + 1 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore l_2: y = \frac{1}{2}(x - \frac{5}{4}\pi) + \frac{5\pi+1}{4}$$

$$l_2: y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} + \frac{5}{8}\pi //$$

$$2x - (\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} + \frac{5}{8}\pi) = 0 \text{ より, } \frac{3}{2}x = \frac{1}{4} + \frac{5}{8}\pi$$

$$\text{よって, } x = \frac{5\pi+2}{12} //$$

$$y = 2x \text{ より, } y = \frac{5\pi+2}{6} //$$