



2015年理系第4問

4  $a > 1$  とする. 無限等比級数

$$a + ax(1 - ax) + ax^2(1 - ax)^2 + ax^3(1 - ax)^3 + \dots$$

が収束するとき, その和を  $S(x)$  とする. 次の問いに答えよ.

- (1) この無限等比級数が収束するような実数  $x$  の値の範囲を求めよ. また, そのときの  $S(x)$  を求めよ.
- (2)  $x$  が (1) で求めた範囲を動くとき,  $S(x)$  のとり得る値の範囲を求めよ.
- (3)  $I(a) = \int_0^{\frac{1}{a}} S(x) dx$  とおくと, 極限值  $\lim_{a \rightarrow \infty} I(a)$  を求めよ.