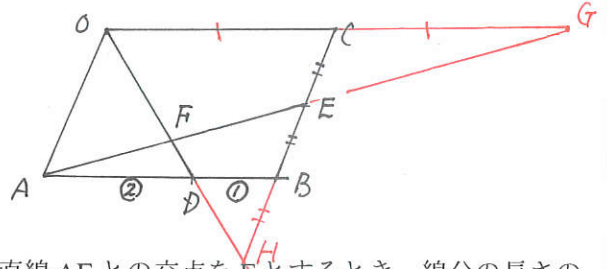


2012年 第1問

1 次の各問に答えよ。

- (1) $x^3 - 2x^2 + 7x - 1 = (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ が x についての恒等式であるとき、定数 a, b, c の値を求めよ。
- (2) 方程式 $|x| + 3|x-2| = x+1$ を解け。
- (3) 平行四辺形 $OABC$ において、辺 AB 上に点 D を

$$AD : DB = 2 : 1$$



を満たすようにとり、 BC の中点を E とする。直線 OD と直線 AE との交点を F とするとき、線分の長さの比の値 $\frac{OF}{OD}$, $\frac{AF}{AE}$ を求めよ。

- (4) 定数 a を含む開区間で定義された関数 $y = f(x)$ の $x = a$ における微分係数 $f'(a)$ の定義を書け。また、その定義に従って、実数全体で定義された関数 $f(x) = x^2$ の $x = a$ における微分係数 $f'(a)$ を求めよ。

$$(1) (\text{左辺}) = x^3 + (a-3)x^2 + (-2a+b+3)x + a-b+c-1$$

∴ (左辺) と係数を比べて

$$a-3 = -2 \quad \text{かつ} \quad -2a+b+3 = 7 \quad \text{かつ} \quad a-b+c-1 = -1$$

$$\text{よって、} \underline{a=1, b=6, c=5} //$$

(2) (i) $x < 0$ のとき

$$-x - 3x + 6 = x + 1 \quad \therefore x = 1 \quad \text{これは } x < 0 \text{ をみたさず不適}$$

(ii) $0 \leq x \leq 2$ のとき

$$x - 3x + 6 = x + 1 \quad \therefore x = \frac{5}{3} \quad \text{これは } 0 \leq x \leq 2 \text{ をみたす}$$

(iii) $x > 2$ のとき

$$x + 3x - 6 = x + 1 \quad \therefore x = \frac{7}{3} \quad \text{これは } x > 2 \text{ をみたす}$$

$$(i) \sim (iii) \text{ より、} \underline{x = \frac{5}{3}, \frac{7}{3}} //$$

(3) の別解

ベクトルを使っても

解ける。

(3) 右上の図より、 $\triangle OFG \sim \triangle DFA \quad \therefore OF : FD = OG : AD = 6 : 2 = 3 : 1$

$$\text{よって、} \underline{\frac{OF}{OD} = \frac{3}{4}} // \quad \triangle OFA \equiv \triangle HFE \quad \text{同様にして、} \underline{\frac{AF}{AE} = \frac{1}{2}} //$$

$$(4) \underline{f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}} //$$

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a+h)^2 - a^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2a+h) = \underline{2a} //$$