



2010年第5問

5 実数を成分とする2次正方行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  を考える. 平面上の点  $P(x, y)$  に対し, 点  $Q(X, Y)$  を

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

により定める. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $P$  が放物線  $y = x^2$  全体の上を動くとき,  $Q$  が放物線  $9X = 2Y^2$  全体の上を動くという. このとき, 行列  $A$  を求めよ.
- (2)  $P$  が放物線  $y = x^2$  全体の上を動くとき,  $Q$  は常に円  $X^2 + (Y - 1)^2 = 1$  の上にあるという. このとき, 行列  $A$  を求めよ.
- (3)  $P$  が放物線  $y = x^2$  全体の上を動くとき,  $Q$  がある直線  $L$  全体の上を動くための  $a, b, c, d$  についての条件を求めよ. また, その条件が成り立っているとき, 直線  $L$  の方程式を求めよ.