



2017年理系第5問

5 2つの複素数  $\alpha = 10000 + 10000i$  と  $w = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4}i$  を用いて、複素数平面上の点  $P_n(z_n)$  を  $z_n = \alpha w^n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) により定める。ただし、 $i$  は虚数単位を表す。2 と 3 の常用対数を  $\log_{10} 2 = 0.301$ ,  $\log_{10} 3 = 0.477$  として、以下の問いに答えよ。

- (1)  $z_n$  の絶対値  $|z_n|$  と偏角  $\arg z_n$  を求めよ。
- (2)  $|z_n| \leq 1$  が成り立つ最小の自然数  $n$  を求めよ。
- (3) 下図のように、複素数平面上の  $\triangle ABC$  は線分  $AB$  を斜辺とし、点  $C\left(\frac{i}{\sqrt{2}}\right)$  を一つの頂点とする直角二等辺三角形である。なお、 $A, B$  を表す複素数の虚部は負であり、原点  $O$  と 2 点  $A, B$  の距離はともに 1 である。点  $P_n$  が  $\triangle ABC$  の内部に含まれる最小の自然数  $n$  を求めよ。

