



2012年文系第2問

2 関数  $f(x) = x^3 + 3x^2 + x - 1$  を考える。曲線  $C: y = f(x)$  について、以下の問いに答えよ。

- (1)  $t \geq 0$  のとき、曲線  $C$  は傾きが  $t$  である接線を 2 本持つことを示せ。
- (2) (1) において、傾きが  $t$  である 2 本の接線と曲線  $C$  との接点を、それぞれ  $P(p, f(p))$ ,  $Q(q, f(q))$  とする (ただし  $p < q$ )。このとき、点  $P$  と点  $Q$  は点  $A(-1, 0)$  に関して対称の位置にあることを示せ。
- (3)  $t \geq 0$  のとき、2 点  $P, Q$  の間の距離の最小値を求めよ。また、最小値を与えるときの  $P, Q$  の  $x$  座標  $p, q$  もそれぞれ求めよ。