

2011年工学域(中期)第4問

4 行列 A を $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ とし, また, 行列 B を

$$B = A + t \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

とする. ただし, t は 0 でない実数とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $A \begin{pmatrix} x_1 \\ 1 \end{pmatrix} = k_1 \begin{pmatrix} x_1 \\ 1 \end{pmatrix}$ を満たす実数 k_1 および x_1 の値を求めよ.
- (2) $B \begin{pmatrix} x_2 \\ 1 \end{pmatrix} = k_2 \begin{pmatrix} x_2 \\ 1 \end{pmatrix}$ を満たす実数 k_2 および x_2 を t を用いて表せ. ただし, k_2 は (1) で求めた k_1 とは異なるものとする.
- (3) n を自然数とする. (1) で求めた x_1 と (2) で求めた x_2 に対して, $B^n \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ を t と n を用いて表せ.
- (4) 自然数 n に対して, B^n の (1, 1) 成分を $b_n(t)$ とするとき, $\lim_{t \rightarrow 0} b_n(t)$ を n を用いて表せ.