

2014年工学部第3問

3 関数  $s(t)$  はつねに  $s'(t) > 0$  をみたし、 $s(0) = 0$  とする。座標平面上を運動する点  $P$  の座標  $(x, y)$  は、時刻  $t$  の関数として  $x = s(t)$ ,  $y = \frac{1}{2}\{s(t)\}^2$  で与えられ、点  $P$  の速度  $\vec{v} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}\right)$  は

$$|\vec{v}| = \frac{1}{\sqrt{1 + \{s(t)\}^2}}$$

をみたすとする。また、 $\alpha = s\left(-\frac{4}{3}\right)$ ,  $\beta = s\left(\frac{4}{3}\right)$  とおく。次に答えよ。

- (1)  $\frac{dx}{dt} = f(x)$  が成り立つように関数  $f(x)$  を定めよ。
- (2)  $\frac{4}{3} = \int_{-\frac{4}{3}}^0 \frac{1}{f(x)} \frac{dx}{dt} dt$ ,  $\frac{4}{3} = \int_0^{\frac{4}{3}} \frac{1}{f(x)} \frac{dx}{dt} dt$  を用いて、 $\alpha$  と  $\beta$  の値を求めよ。
- (3)  $\frac{d^2x}{dt^2} = g(x)$  が成り立つように関数  $g(x)$  を定めよ。また、 $\alpha \leq x \leq \beta$  のとき  $g(x)$  が最大となる  $x$  の値を求めよ。