

2017年 工学部・情報工学部 第1問

1 関数 $f(x) = x(x^2 + 1)e^{-x^2}$ について、次に答えよ。ただし、 e は自然対数の底とする。

(1) 関数 $g(t) = t^2e^{-t}$ の増減を調べ、 $t > 1$ のとき $g(t) < 1$ であることを示せ。

(2) $k = 0, 1, 2, 3$ に対して、 $x > 1$ のとき $x^k e^{-x^2} < \frac{1}{x^{4-k}}$ が成立することを示し、 $\lim_{x \rightarrow \infty} x^k e^{-x^2} = 0$ を示せ。

(3) 関数 $y = f(x)$ について、増減および漸近線に注意して、そのグラフの概形をかけ。ただし、グラフの凹凸は調べなくてよい。

(4) $s \geq 0$ に対して、定積分 $F(s) = \int_0^s f(x) dx$ を計算し、 $\lim_{s \rightarrow \infty} F(s)$ を求めよ。