

2017年工学部・情報工学部 第2問

2 座標平面上で、曲線

$$x = \theta - \sin \theta, \quad y = 1 + \cos \theta \quad (0 < \theta < 2\pi)$$

を  $C$  とする。次に答えよ。

- (1) 曲線  $C$  上の点  $(\theta - \sin \theta, 1 + \cos \theta)$  における接線の方程式を求めよ。
- (2) 曲線  $C$  は下に凸であることを示せ。
- (3)  $0 < \theta < \pi$  のとき、点  $P(\theta - \sin \theta, 1 + \cos \theta)$  における曲線  $C$  の接線と、点  $Q(\theta + \pi - \sin(\theta + \pi), 1 + \cos(\theta + \pi))$  における曲線  $C$  の接線が、垂直に交わることを示せ。
- (4) (3) の2点を結んだ線分  $PQ$  の長さの最大値とそのときの  $\theta$  の値を求めよ。
- (5) (4) で求めた  $\theta$  に対応する点  $P, Q$  の  $x$  座標を、それぞれ  $\alpha, \beta$  とする。曲線  $C$  と  $x$  軸、および2直線  $x = \alpha, x = \beta$  で囲まれた部分の面積を求めよ。