

2011年情報工学部第3問

3 正の実数  $a$  と関数  $f(x) = |x^2 - a^2| (-2a \leq x \leq 2a)$  がある。 $y = f(x)$  のグラフを  $y$  軸のまわりに回転させてできる形の容器に  $\pi a^2(\text{cm}^3/\text{秒})$  の割合で水を静かに注ぐ。水を注ぎ始めてから容器がいっぱいになるまでの時間を  $T(\text{秒})$  とする。ただし、長さの単位は  $\text{cm}$  とする。次の問い合わせよ。

- (1)  $y = f(x)$  のグラフの概形を描け。
- (2) 水面の高さが  $a^2(\text{cm})$  になったとき、容器中の水の体積を  $V(\text{cm}^3)$  とする。 $V$  を  $a$  を用いて表せ。
- (3)  $T$  を  $a$  を用いて表せ。
- (4) 水を注ぎ始めてから  $t$  秒後の水面の高さを  $h(\text{cm})$  とする。 $h$  を  $a$  と  $t$  を用いて表せ。ただし、 $0 < t < T$  とする。
- (5) 水を注ぎ始めてから  $t$  秒後の水面の上昇速度を  $v(\text{cm}/\text{秒})$  とする。 $v$  を  $a$  と  $t$  を用いて表せ。ただし、 $0 < t < T$  とする。