

## 2014年 情報工学部 第4問

4 点Pは次の①, ②, ③の規則に従って数直線上を動く.

- ① 時刻0で, Pは整数座標点0から10のいずれかの位置 $i$  ( $0 \leq i \leq 10$ )にある.
- ② 時刻 $t$  ( $t = 0, 1, 2, \dots$ )に位置 $i$  ( $1 \leq i \leq 9$ )にあるPは,  $t+1$ には確率 $p$  ( $0 < p < \frac{1}{2}$ )で位置 $i+1$ に, 確率 $1-p$ で位置 $i-1$ に移動する.
- ③ 時刻 $t$ に位置0または10にあるPは,  $t+1$ にもその位置に留まる.

以下の問いに答えよ.

- (1) Pが時刻0で位置2にあるとき, 時刻3で位置0にある確率を求めよ.
- (2) Pが時刻0で位置1にあるとき, 時刻3で位置0にある確率を求めよ.  
時刻0で位置 $i$ にあるPが, いずれかの時刻で位置0に到達する確率を $q_i$ とする. ただし,  $q_0 = 1, q_{10} = 0$ である.  $1 \leq i \leq 9$ のとき,  $q_{i+1}, q_i, q_{i-1}$ の間には $q_i = pq_{i+1} + (1-p)q_{i-1}$ の関係が成り立つ.
- (3)  $q_{i+1} - q_i = \square (q_i - q_{i-1})$ である. 空欄に入る適切な数または式を求めよ.
- (4)  $q_i$ を $q_1$ と $p$ を用いて表せ.
- (5)  $q_1$ を求め,  $q_i$ を $p$ を用いて表せ.