



2010 年第 4 問

4 a を $a > 1$ を満たす定数とする．原点 O と点 $P(1, 0)$ を線分で結び，点 P と点 $Q(a, \log a)$ を曲線 $y = \log x$ で結ぶ．このようにして得られる曲線 OPQ を， y 軸の周りに 1 回転させてできる立体の容器を考える．ただし， OP を含む部分を底面として，水平に置くものとする．次の問いに答えよ．

- (1) この容器の容積 V を a を用いて表せ．
- (2) m を正の定数とする．この容器に，単位時間あたり m の水を一定の割合で注ぎ入れる．ただし，最初は水が全く入っていない状態とする．注ぎ始めてから時間 t ($0 < t < \frac{V}{m}$) が経過したとき，底面から水面までの高さを h ，水面の上昇する速度を v とする． h および v を m, t を用いて表せ．