

2016年医学部第2問

2 次の関数 $f(x)$ (ただし $x > 0$) に関する以下の各問いに答えよ.

$$f(x) = \int_1^x t(x-t+1)e^{-(x-t+1)^2} dt$$

- (1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ.
- (2) 関数 $g(x)$ を $g(x) = \frac{1}{2}(e^{-1} - e^{-x^2})$ とするとき, $f(x)$ と $g(x)$ の $x > 0$ における大小関係を調べよ.
- (3) (2) の $g(x)$ に対して, 傾きが $f'(x) - g'(x)$ の $x = \sqrt{2}$ における値に等しく, 点 $(1, 0)$ を通る直線を考えることにより, 不等式

$$0.115 < f(\sqrt{2}) < 0.165$$

が成り立つことを示せ. ただし, $0.367 < e^{-1} < 0.368$, $0.135 < e^{-2} < 0.136$ であることは用いてよい.