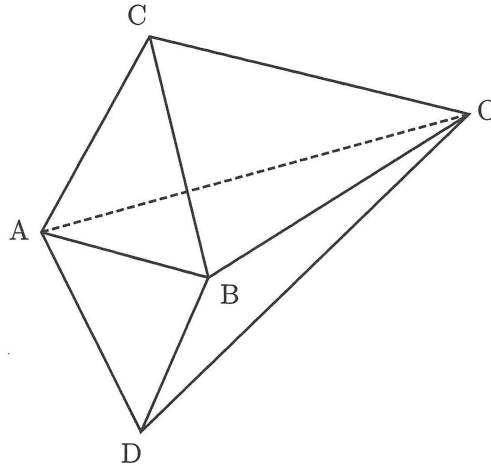


2015年工学部第1問

1 四面体  $OABC$  において、三角形  $ABC$  は 1 辺の長さが 1 の正三角形であり、 $OA = OB = OC = 2$  とする。また、点  $C$  を通り平面  $OAB$  に垂直な直線上に点  $D$  があり、線分  $CD$  の中点  $H$  は平面  $OAB$  に含まれるとする。すなわち、点  $D$  は平面  $OAB$  に関して、点  $C$  と対称な点である。



$\vec{OA} = \vec{a}$ ,  $\vec{OB} = \vec{b}$ ,  $\vec{OC} = \vec{c}$  とおいて、次に答えよ。

- (1) 内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  および  $\vec{BC} \cdot \vec{a}$  を求めよ。
- (2)  $\vec{OH}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  で表せ。また、 $\vec{OD}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  で表せ。
- (3) 直線  $BH$  と直線  $OA$  の交点を  $P$  とする。 $\vec{BP}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  で表し、 $\vec{BP} \cdot \vec{a}$  を求めよ。さらに、 $OP$  および  $BP$  の長さを求めよ。
- (4) (3) で定めた点  $P$  に対して、四角形  $BCPD$  の面積  $S$  を求めよ。また、四角錐  $O-BCPD$  の体積  $V$  を求めよ。