2012年 医学部 第2問

$\boxed{2}$ 楕円 C_1 ： $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ および双曲線 C_2 ： $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ について，次の問に答えよ．ただし，$a>0$，$b>0$ とする．

(1) 楕円 C_1 上の点 $(x_1,\ y_1)$ における接線の方程式は

$$\frac{x_1x}{a^2}+\frac{y_1y}{b^2}=1$$

であることを示せ．

(2) 楕円 C_1 の外部の点 $(p,\ q)$ を通る C_1 の2本の接線の接点をそれぞれ A_1，A_2 とする．直線 $\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2$ の方程式は

$$\frac{px}{a^2}+\frac{qy}{b^2}=1$$

であることを示せ．

(3) $(p,\ q)$ が双曲線 C_2 上の点であるとき，直線 $\dfrac{px}{a^2}+\dfrac{qy}{b^2}=1$ は C_2 に接することを示せ．