0000215904879999

高知工科大学

2011年第3問

$\boxed{3}$ 関数 $f(x)=\dfrac{2(\log x)^2-3\log x}{x}$ $(x>0)$ について，次の各問に答えよ．ただし $\log x$ は自然対数である．

(1) 方程式 $f(x)=0$ を解け．

(2) 関数 $f(x)$ の極大値と極小値を求めよ．また，そのときの x の値をそれぞれ求めよ．

(3) 曲線 $y=f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ．

(1) $2(\log x)^2-3\log x=0 \iff \log x(2\log x-3)=0$

$\therefore\ \underline{x=1,\ e^{\frac{3}{2}}}$ //

(2) $f'(x)=\dfrac{\left(4\cdot\frac{1}{x}\cdot\log x-\frac{3}{x}\right)x-\{2(\log x)^2-3\log x\}}{x^2}$

$=\dfrac{7\log x-2(\log x)^2-3}{x^2}$

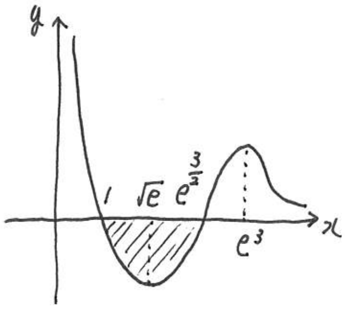
$=\dfrac{(-2\log x+1)(\log x-3)}{x^2}$

x	(0)	$\cdots$	$\sqrt{e}$	$\cdots$	e^3	$\cdots$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$		$\searrow$	$-\frac{1}{\sqrt{e}}$	$\nearrow$	$\frac{9}{e^3}$	$\searrow$
			極小		極大	

$\therefore f'(x)=0$ となるのは，$x=e^3,\ \sqrt{e}$

$\therefore$ $\underline{極大値\ \frac{9}{e^3}\ (x=e^3のとき)，極小値\ -\frac{1}{\sqrt{e}}\ (x=\sqrt{e}のとき)}$ //

(3)



$S=\displaystyle\int_1^{e^{\frac{3}{2}}}-\frac{2(\log x)^2-3\log x}{x}\,dx$

$=3\displaystyle\int_1^{e^{\frac{3}{2}}}(\log x)\cdot\frac{1}{x}\,dx-2\int_1^{e^{\frac{3}{2}}}\frac{1}{x}\cdot(\log x)^2dx$

$=3\left[\frac{1}{2}(\log x)^2\right]_1^{e^{\frac{3}{2}}}-2\left[\frac{1}{3}(\log x)^3\right]_1^{e^{\frac{3}{2}}}$

$=3\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{9}{4}\right)-2\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{27}{8}\right)$

$=\underline{\dfrac{9}{8}}$ //