

2013年工学部第3問

3 関数  $f(x) = \log x$  がある. 曲線  $y = f(x)$  の点  $(t, \log t)$  における接線の方程式を  $y = g(x)$  とするとき, 次に答えよ. ただし, 対数は自然対数を表し,  $e$  は自然対数の底とする.

(1)  $x > 0$  のとき, 不等式  $f(x) - g(x) \leq 0$  を証明せよ.

(2)  $t > \frac{1}{2}$  のとき,  $\int_{t-\frac{1}{2}}^{t+\frac{1}{2}} f(x) dx$  と  $\int_{t-\frac{1}{2}}^{t+\frac{1}{2}} g(x) dx$  をそれぞれ  $t$  を用いて表せ.

(3) 自然数  $n$  に対して,  $n!$  と  $\sqrt{2}\left(n + \frac{1}{2}\right)^{n+\frac{1}{2}} e^{-n}$  の大小を比較せよ.