

2016年 情報工学部 第3問

3 複素数  $z_n$  を

$$z_0 = 0, \quad z_1 = 1, \quad z_{n+2} = z_{n+1} + \alpha(z_{n+1} - z_n) \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

により定める。ただし、 $i$  を虚数単位とし、 $\alpha = \frac{1}{2} \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$  とする。また、複素数平面上で複素数  $z_n$  を表す点を  $P_n$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $z_2, z_3, z_4$  を求めよ。
- (2) 点  $P_0, P_1, P_2, P_3, P_4$  を図示せよ。また、線分  $P_0P_1, P_1P_2, P_2P_3, P_3P_4$  の長さ、および  $\angle P_2P_1P_0, \angle P_3P_2P_1, \angle P_4P_3P_2$  の値も図中に示せ。
- (3)  $z_{n+1} - z_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を  $\alpha$  と  $n$  を用いて表せ。
- (4)  $z_n$  の実部、虚部をそれぞれ  $x_n, y_n$  とする。このとき、 $x_n, y_n$  をそれぞれ  $n$  を用いて表せ。
- (5) (4) で求めた  $x_n, y_n$  について、 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n$  をそれぞれ求めよ。