

2017年 工学部・情報工学部 第1問

1 関数  $f(x) = x(x^2 + 1)e^{-x^2}$  について、次に答えよ。ただし、 $e$  は自然対数の底とする。

- (1) 関数  $g(t) = t^2e^{-t}$  の増減を調べ、 $t > 1$  のとき  $g(t) < 1$  であることを示せ。
- (2)  $k = 0, 1, 2, 3$  に対して、 $x > 1$  のとき  $x^k e^{-x^2} < \frac{1}{x^{4-k}}$  が成立することを示し、 $\lim_{x \rightarrow \infty} x^k e^{-x^2} = 0$  を示せ。
- (3) 関数  $y = f(x)$  について、増減および漸近線に注意して、そのグラフの概形をかけ。ただし、グラフの凹凸は調べなくてよい。
- (4)  $s \geq 0$  に対して、定積分  $F(s) = \int_0^s f(x) dx$  を計算し、 $\lim_{s \rightarrow \infty} F(s)$  を求めよ。