

2017年工学部・情報工学部 第2問

2 座標平面上で、曲線

$$x = \theta - \sin \theta, \quad y = 1 + \cos \theta \quad (0 < \theta < 2\pi)$$

を C とする。次に答えよ。

- (1) 曲線 C 上の点 $(\theta - \sin \theta, 1 + \cos \theta)$ における接線の方程式を求めよ。
- (2) 曲線 C は下に凸であることを示せ。
- (3) $0 < \theta < \pi$ のとき、点 $P(\theta - \sin \theta, 1 + \cos \theta)$ における曲線 C の接線と、点 $Q(\theta + \pi - \sin(\theta + \pi), 1 + \cos(\theta + \pi))$ における曲線 C の接線が、垂直に交わることを示せ。
- (4) (3) の 2 点を結んだ線分 PQ の長さの最大値とそのときの θ の値を求めよ。
- (5) (4) で求めた θ に対応する点 P, Q の x 座標を、それぞれ α, β とする。曲線 C と x 軸、および 2 直線 $x = \alpha, x = \beta$ で囲まれた部分の面積を求めよ。