



2010年第4問

4  $a$  を  $a > 1$  を満たす定数とする. 原点  $O$  と点  $P(1, 0)$  を線分で結び, 点  $P$  と点  $Q(a, \log a)$  を曲線  $y = \log x$  で結ぶ. このようにして得られる曲線  $OPQ$  を,  $y$  軸の周りに 1 回転させてできる立体の容器を考える. ただし,  $OP$  を含む部分を底面として, 水平に置くものとする. 次の問いに答えよ.

(1) この容器の容積  $V$  を  $a$  を用いて表せ.

(2)  $m$  を正の定数とする. この容器に, 単位時間あたり  $m$  の水を一定の割合で注ぎ入れる. ただし, 最初は水が全く入っていない状態とする. 注ぎ始めてから時間  $t$  ( $0 < t < \frac{V}{m}$ ) が経過したとき, 底面から水面までの高さを  $h$ , 水面の上昇する速度を  $v$  とする.  $h$  および  $v$  を  $m, t$  を用いて表せ.