浜松医科大学

2011年 医学部 第1問

$\boxed{1}$ 2次曲線Cが媒介変数θを用いて，

$$x = 3 + 5\cos\theta, \quad y = 2 + 3\sin\theta \quad (0 \leqq \theta \leqq 2\pi)$$

と表されている．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 曲線Cの方程式をx，yを用いて表せ．また，Cを座標平面上に図示せよ．

(2) 曲線C上の点$\mathrm{P}(3+5\cos\theta,\ 2+3\sin\theta)$における$C$の接線$\ell$の方程式は，

$$\frac{\cos\theta}{5}(x-3) + \frac{\sin\theta}{3}(y-2) = 1$$

となることを示せ．

(3) 曲線Cの焦点をF_1，F_2とする．$i=1,\ 2$に対し，F_iを通り，接線ℓに垂直な直線m_iの方程式を求めよ．

(4) $i=1,\ 2$に対し，直線m_iとℓとの交点をQ_iとする．点$\mathrm{O}'(3,\ 2)$とするとき，線分$\mathrm{O}'\mathrm{Q}_i$の長さを求めよ．

(5) Pが曲線Cを一周するとき，線分$\mathrm{Q}_1\mathrm{Q}_2$の長さの最大値，最小値，およびそのときの点Pをそれぞれ求めよ．