

2010年 環境科学部・工学部 第3問

3  $a, b, p, q$  を実数として、未知数  $x$  の方程式

$$p(x^2 + ax + b) + x - q = 0 \quad \dots(*)$$

を考える。

- (1)  $p$  がどのような値であっても方程式 (\*) がつねに実数解をもつためには、 $a^2 - 4b \geq 0$  が必要条件であることを示せ。
- (2)  $a^2 - 4b \geq 0$  とし、 $\alpha, \beta$  ( $\alpha \leq \beta$ ) を方程式  $x^2 + ax + b = 0$  の2つの実数解とする。このとき、 $p$  がどのような値であっても方程式 (\*) がつねに実数解をもつのは  $q$  がどのような範囲  $R$  にあるときか答えよ。
- (3)  $a^2 - 4b \geq 0$  で  $q$  が (2) で求めた範囲  $R$  にあるとき、方程式 (\*) は範囲  $R$  に少なくとも1つの解をもつことを示せ。