昭和大学

2013年 歯学部・薬学部・保健医療 第4問

増田

$\boxed{4}$ 関数 $f(x)=4(\sin x-\cos x)^3-3\sin 2x$ $(0 \leqq x \leqq \pi)$ がある．以下の各問に答えよ．

(1) $t=\sin x-\cos x$ とおく．$f(x)$ を t の式で表せ．

(2) (1)の t のとり得る値の範囲を求めよ．

(3) $f(x)$ の最大値とそのときの x の値を求めよ．

(4) $f(x)$ の最小値とそのときの x の値を求めよ．

(1) $t^2=\sin^2 x+\cos^2 x-2\sin x\cos x$

$= 1-\sin 2x$

$\therefore \sin 2x = 1-t^2$

$f(x)=4t^3-3(1-t^2)$

$f(x)=4t^3+3t^2-3$ //

(2) $t=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$

$-\frac{\pi}{4} \leqq x-\frac{\pi}{4} \leqq \frac{3\pi}{4}$ において

$-\frac{\sqrt{2}}{2} \leqq \sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right) \leqq 1$

$-1 \leqq t \leqq \sqrt{2}$ //

(3) $f(x)=g(t)=4t^3+3t^2-3$ とおく。

$g'(t)=12t^2+6t$

$=6t(2t+1)$

t	-1	$\cdots$	$-\frac{1}{2}$	$\cdots$	0	$\cdots$	$\sqrt{2}$
$g'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(t)$	-4	$\nearrow$	$-\frac{11}{4}$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$8\sqrt{2}+3$

$g(t)$ は $t=\sqrt{2}$ のとき 最大値 $8\sqrt{2}+3$

$\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$

$\therefore x-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$

$x=\frac{3\pi}{4}$

$f(x)$ の最大値 $8\sqrt{2}+3$。そのとき $x=\frac{3\pi}{4}$ //

(4) $g(t)$ は $t=-1$ のとき 最小値 -4

$\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=-1$

$\therefore x-\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{4}$

$x=0$

$f(x)$ の最小値 -4。そのとき $x=0$。 //