



2012年第2問

2 曲線  $C: y = \frac{1}{x+2} (x > -2)$  を考える. 曲線  $C$  上の点  $P_1(0, \frac{1}{2})$  における接線を  $l_1$  とし,  $l_1$  と  $x$  軸との交点を  $Q_1$ , 点  $Q_1$  を通り  $x$  軸と垂直な直線と曲線  $C$  との交点を  $P_2$  とおく. 以下同様に, 自然数  $n (n \geq 2)$  に対して, 点  $P_n$  における接線を  $l_n$  とし,  $l_n$  と  $x$  軸との交点を  $Q_n$ , 点  $Q_n$  を通り  $x$  軸と垂直な直線と曲線  $C$  との交点を  $P_{n+1}$  とおく.

- (1)  $l_1$  の方程式を求めよ.
- (2)  $P_n$  の  $x$  座標を  $x_n (n \geq 1)$  とする.  $x_{n+1}$  を  $x_n$  を用いて表し,  $x_n$  を  $n$  を用いて表せ.
- (3)  $l_n$ ,  $x$  軸,  $y$  軸で囲まれる三角形の面積  $S_n$  を求め,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  を求めよ.