0001639360638999

広島大学

2014年 第2問

$\boxed{2}$ a_1, a_2, a_3 は定数で，$a_1 > 0$ とする．放物線 $C : y = a_1x^2 + a_2x + a_3$ 上の点 $\mathrm{P}(2,\ 4a_1 + 2a_2 + a_3)$ における接線を ℓ とし，ℓ と x 軸との交点を $\mathrm{Q}(q,\ 0)$，ℓ と y 軸との交点を $\mathrm{R}(0,\ a_4)$ とする．a_1, a_2, a_3, a_4 がこの順に等差数列であるとき，次の問いに答えよ．

(1) a_2, a_3, a_4 を a_1 を用いて表せ．

(2) q の値を求めよ．

(3) 放物線 C，接線 ℓ，および y 軸で囲まれた部分の面積を S とする．$S = q$ となるとき，a_1 を求めよ．

(1) $y' = 2a_1x + a_2$ より．$\ell : y = (4a_1 + a_2)(x-2) + 4a_1 + 2a_2 + a_3$

$\therefore \ell : y = (4a_1 + a_2)x - 4a_1 + a_3$ $\quad \therefore R(0,\ -4a_1 + a_3)$ $\quad \therefore a_4 = -4a_1 + a_3$

$\therefore a_4 - a_3 = -4a_1$ なので，公差は $-4a_1$．

$\therefore \underline{a_2 = -3a_1,\ a_3 = -7a_1,\ a_4 = -11a_1}$ //

(2) $\ell : y = a_1x - 11a_1$ なので，$Q(11, 0)$ $\quad \therefore \underline{q = 11}$ //

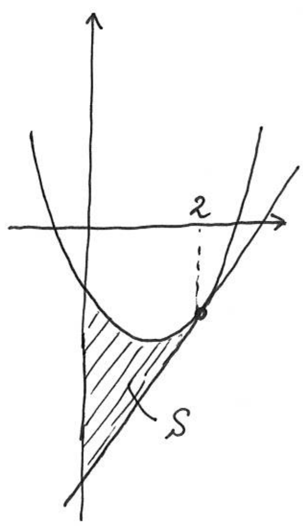
(3) $S = \int_0^2 a_1x^2 - 3a_1x - 7a_1 - (a_1x - 11a_1)\,dx$

$= a_1 \int_0^2 x^2 - 4x + 4\ dx$

$= a_1 \int_0^2 (x-2)^2\, dx$

$= a_1 \left[\frac{(x-2)^3}{3} \right]_0^2$

$= \frac{8}{3} a_1$



$\therefore \frac{8}{3} a_1 = 11$ $\quad \therefore \underline{a_1 = \frac{33}{8}}$ //