

2013年理系第1問

1枚目 / 2枚

 数理  
石井K

1 次の空欄を適当に補え.

- (1)  $x$ が $x^2 + x + 1 = 0$ を満たすとす. このとき $2x^4 - x^3 - 2x^2 - 4x + 2$ の値は  $\boxed{(a)}$  <sup>3</sup>である.
- (2) 方程式 $3^{2x+1} + 2^3 \cdot 3^x - 3 = 0$ を解くと $x = \boxed{(b)}$  <sup>-1</sup>である.
- (3) 2つの単位ベクトル $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ に対して,  $2\vec{a} + 3\vec{b}$ の大きさが $\sqrt{7}$ のとき,  $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角は  $\boxed{(c)}$  <sup>120°</sup>である.
- (4)  $t > 0$ とする. 3次関数 $y = x^3 - 3x^2 - 9x + t$ のグラフと $x$ 軸との共有点がただ1つのとき, 定数 $t$ の値の範囲は  $\boxed{(d)}$   <sup>$t > 27$</sup> である.
- (5) Aを含む男子4人とBを含む女子5人が1列に並ぶ. このとき, AとBが隣り合う確率は  $\boxed{(e)}$   <sup>$\frac{2}{9}$</sup> である. また, 男子が隣り合わない確率は  $\boxed{(f)}$   <sup>$\frac{5}{42}$</sup> である.
- (6) 関数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3\log(x+2)$ の最小値は  $\boxed{(g)}$   <sup>$\frac{1}{2} - 3\log 3$</sup> である.

$$(1) x^2 + x + 1 = 0 \text{ より. } (x-1)(x^2 + x + 1) = 0 \quad \therefore x^3 = 1$$

$$\therefore 2x^4 - x^3 - 2x^2 - 4x + 2 = 2x - 1 - 2x^2 - 4x + 2$$

$$= -2x^2 - 2x + 1$$

$$= -2(-x-1) - 2x + 1 \quad (\because x^2 = -x-1)$$

$$= 3$$

$$(2) t = 3^x (> 0) \text{ とおくと, 方程式は, } 3t^2 + 8t - 3 = 0$$

$$\therefore (3t-1)(t+3) = 0$$

$$t > 0 \text{ より } t = \frac{1}{3} \quad \therefore 3^x = 3^{-1} \text{ より } x = -1 //$$

$$(3) |2\vec{a} + 3\vec{b}|^2 = 4|\vec{a}|^2 + 12\vec{a} \cdot \vec{b} + 9|\vec{b}|^2$$

$$= 13 + 12\vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$\therefore 13 + 12|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta = 7 \quad \therefore \cos\theta = -\frac{1}{2} \quad \therefore \theta = 120^\circ //$$

2枚目につづく

2013年理系第1問

2枚目 / 2枚

数理  
石井K

1 次の空欄を適当に補え.

- (1)  $x$ が  $x^2 + x + 1 = 0$  を満たすとする. このとき  $2x^4 - x^3 - 2x^2 - 4x + 2$  の値は (a) である.
- (2) 方程式  $3^{2x+1} + 2^3 \cdot 3^x - 3 = 0$  を解くと  $x =$  (b) である.
- (3) 2つの単位ベクトル  $\vec{a}, \vec{b}$  に対して,  $2\vec{a} + 3\vec{b}$  の大きさが  $\sqrt{7}$  のとき,  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  のなす角は (c) である.
- (4)  $t > 0$  とする. 3次関数  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + t$  のグラフと  $x$  軸との共有点がただ1つのとき, 定数  $t$  の値の範囲は (d) である.
- (5) Aを含む男子4人とBを含む女子5人が1列に並ぶ. このとき, AとBが隣り合う確率は (e) である. また, 男子が隣り合わない確率は (f) である.
- (6) 関数  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3\log(x+2)$  の最小値は (g) である.

(4).  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$  とおいて.  $y = f(x)$  と  $y = -t$  のグラフがただ1つの

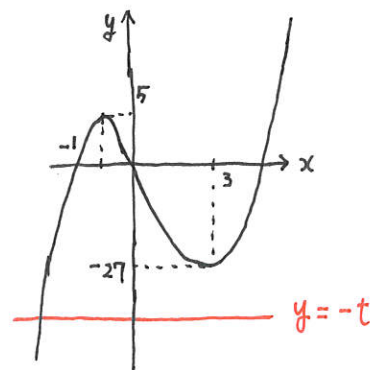
共有点をもてばよいので

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x+1)(x-3)$$

∴ 増減表より グラフは右下のようになる.  $t > 0$  より

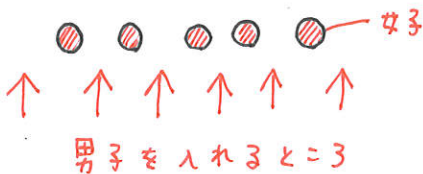
$$\therefore -t < -27 \quad \therefore \underline{t > 27}$$

|         |     |    |     |     |     |
|---------|-----|----|-----|-----|-----|
| $x$     | ... | -1 | ... | 3   | ... |
| $f'(x)$ | +   | 0  | -   | 0   | +   |
| $f(x)$  | ↑   | 5  | ↓   | -27 | ↑   |



(5) ABを1つと考え

ABが隣り合うのは  $\frac{8! \times 2}{9!} = \frac{2}{9}$  "



$$\therefore \frac{4! \cdot 5! \cdot 6C_4}{9!} = \frac{5}{42}$$

(6)  $f'(x) = x - \frac{3}{x+2} = \frac{(x+3)(x-1)}{x+2}$

真数条件より  $x > -2$  より  $f'(x) = 0$  とするのは,  $x = 1$

$$\therefore \underline{\text{最小値は } \frac{1}{2} - 3\log 3}$$

|         |      |     |   |     |
|---------|------|-----|---|-----|
| $x$     | (-2) | ... | 1 | ... |
| $f'(x)$ |      | -   | 0 | +   |
| $f(x)$  |      | ↓   | ↑ | ↑   |

$$\frac{1}{2} - 3\log 3$$