室蘭工業大学

2012年 工学部 第1問

数理 石井K

1 a, b, c を定数とし，$a>0$ とする．関数 $f(x)$, $g(x)$ を

$$f(x)=x^2,\quad g(x)=-ax^2+bx+c$$

と定める．

(1) 2つの放物線 $y=f(x)$ と $y=g(x)$ が2つの交点を持つための必要十分条件を求めよ．

(2) 2つの放物線 $y=f(x)$ と $y=g(x)$ が2つの交点 $(-1,\ 1)$, $(2,\ 4)$ を持つとする．このとき，b と c を a を用いて表せ．

(3) (2)の条件のもとで，2つの放物線 $y=f(x)$ と $y=g(x)$ で囲まれた図形の面積が9であるとき，a, b, c の値を求めよ．

(1) $f(x)-g(x)=0$ が異なる2つの実数解をもつ.

$\therefore f(x)-g(x)=(a+1)x^2-bx-c$

$f(x)-g(x)=0$ の判別式を D とおくと.

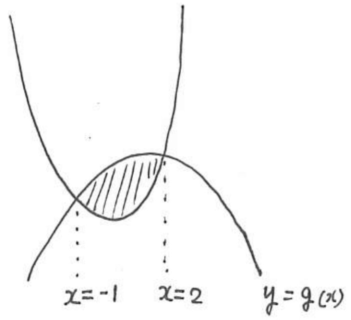
$D=b^2+4(a+1)c>0$ $\qquad\therefore \underline{b^2+4(a+1)c>0}$ //

(2) $f(x)-g(x)=(a+1)x^2-bx-c=0$ が $x=-1,2$ を解にもつので

$(a+1)x^2-bx-c=(a+1)(x+1)(x-2)$ が成り立つ.

$=(a+1)x^2-(a+1)x-2(a+1)$

$\therefore$ 係数を比較して. $\underline{b=a+1,\ c=2a+2}$ //



(3) $9=\int_{-1}^{2} g(x)-f(x)\,dx$

$=-(a+1)\int_{-1}^{2}(x+1)(x-2)\,dx$

$=\frac{1}{6}(a+1)\cdot(2-(-1))^3$

$=\frac{9}{2}(a+1)$

$\therefore a=1$ $\qquad\therefore \underline{(a,b,c)=(1,2,4)}$ //