

2013年第1問

 数理
石井K

 1 実数 x についての次の不等式を解け。

$$\left(1 + \frac{x}{2}\right)^2 < \left(1 + \frac{x}{3}\right)^3$$

$$\begin{aligned} \text{(右辺)} - \text{(左辺)} &= \left(1 + \frac{x}{3}\right)^3 - \left(1 + \frac{x}{2}\right)^2 \\ &= 1 + 3 \cdot \left(\frac{x}{3}\right)^2 + 3 \cdot \frac{x}{3} + \frac{x^3}{27} - 1 - x - \frac{x^2}{4} \\ &= \frac{x^2}{3} + x + \frac{x^3}{27} - x - \frac{x^2}{4} \\ &= \frac{x^2}{12} + \frac{x^3}{27} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{x^2}{12} + \frac{x^3}{27} > 0 \iff 9x^2 + 4x^3 > 0$$

$$\iff x^2(4x + 9) > 0$$

$$\iff x \neq 0 \text{ かつ } 4x + 9 > 0$$

$$\iff x \neq 0 \text{ かつ } x > -\frac{9}{4}$$

$$\iff \underline{-\frac{9}{4} < x < 0, 0 < x}$$

