

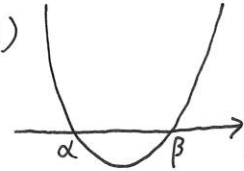


2014年 社会情報学部 第2問



2 p を正の実数とする。放物線 $y = 3x^2 - px + 1$ と x 軸で囲まれた図形の面積が $\frac{4}{27}$ であるとき、 p の値を求めよ。

放物線と x 軸の交点を $(\alpha, 0), (\beta, 0)$ ($\alpha < \beta$) とする。



$$\begin{aligned} \int_{\alpha}^{\beta} -(3x^2 - px + 1) dx &= -3 \int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx \\ &= -3 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) (\beta - \alpha)^3 \\ &= \frac{1}{2} (\beta - \alpha)^3 \end{aligned}$$

$$\therefore (\beta - \alpha)^3 = \frac{8}{27} \quad \therefore \beta > \alpha \text{ より} \quad \beta - \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore (\beta - \alpha)^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \\ &= \left(\frac{p}{3}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{3} \\ &= \frac{p^2}{9} - \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{p^2}{9} - \frac{4}{3} = \frac{4}{9}$$

$$\therefore p^2 = 16 \quad \therefore p = \pm 4$$

$$p > 0 \text{ より} \quad \underline{\underline{p = 4}}$$