高知大学

2011 年 理学部・医学部 第 2 問

2 n を 2 以上の自然数とする．平面上に距離が 1 である 2 点 O，P_0 がある．中心が O で半径 1 の円周上に点 P_k $(k = 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ を反時計回りに $\angle P_kOP_0 = \dfrac{k\pi}{n}$ となるようにとる．三角形 P_kOP_{k-1} の面積を T_k と表し，$S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} T_k$ とおく．このとき，次の問いに答えよ．

(1) S_2 を求めよ．

(2) S_n を n で表せ．

(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} S_n$ を求めよ．

(4) e_k を線分 $P_{k-1}P_k$ の長さとおいて，$E_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} e_k$ とする．このとき，

$$S_n = \frac{1}{2} E_n \sin\frac{(n-1)\pi}{2n}$$

を示せ．

(5) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} E_n$ を求めよ．