自治医科大学

2013年第13問

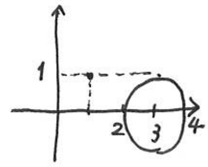
$\boxed{13}$ 点$(1,\ 1)$から，円$C：x^2+y^2-6x+8=0$に2本の異なる接線をひくとき，2つの接点の座標を，それぞれ$(a,\ b)$，$(c,\ d)$とする．ただし，$a>c$である．$-\dfrac{11bd}{ac}$の値を求めよ．

接点を(s,t)とおくと．C上にあることから

$$s^2+t^2-6s+8=0 \cdots ①$$

$$x^2+y^2-6x+8=0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2+y^2=1$$



このとき接線は

$$(s-3)(x-3)+ty=1$$

これが$(1,1)$を通るので

$$(s-3)\cdot(-2)+t=1$$

$$\therefore -2s+t=-5 \cdots ②$$

①，②より．$s^2+(2s-5)^2-6s+8=0$

$$\therefore 5s^2-20s+25-6s+8=0$$

$$5s^2-26s+33=0$$

$$\therefore (5s-11)(s-3)=0$$

$$\begin{array}{ll} 5 & \cancel{-33}\ -11 \\ 1 & -3 \end{array}$$

$\therefore s=\dfrac{11}{5},\ 3$　　$\therefore$接点は$\left(\dfrac{11}{5},\ -\dfrac{3}{5}\right),\ (3,\ 1)$

$$\therefore a=3,\ b=1,\ c=\frac{11}{5},\ d=-\frac{3}{5}$$

$$\therefore -\frac{11bd}{ac}=-\frac{11\times\left(-\frac{3}{5}\right)}{\frac{33}{5}}=\frac{33}{33}=\underline{1}_{\,//}$$