

2017年 歯学部 第3問

3 $-\frac{3}{8} \leq x \leq \frac{3}{4}$ で定義された関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{3 - \sqrt{8x+3}}{8} \sqrt{2\sqrt{8x+3} - 8x}$$

で定める. 曲線 $y = f(x)$ と x 軸および 2 直線 $x = -\frac{3}{8}$, $x = \frac{3}{4}$ で囲まれた図形の面積を S とするとき, 次の問いに答えよ.

(1) $f\left(\frac{3}{4}\right)$ と $f\left(-\frac{3}{8}\right)$ の値を求めよ.

(2) 定積分 $\int_0^{\frac{2}{3}\pi} \frac{1}{2}(1 - \cos 4\theta) d\theta$ の値を求めよ.

(3) $0 \leq \theta \leq \frac{2}{3}\pi$ の範囲で関数

$$g(\theta) = \frac{(2\cos\theta + 1)^2 - 3}{8}$$

を考える. g と f の合成関数 $f(g(\theta))$ と $g(\theta)$ の θ に関する微分 $g'(\theta)$ の積 $f(g(\theta))g'(\theta)$ が

$$f(g(\theta))g'(\theta) = \frac{1}{8}(\sin 2\theta)^2 - \frac{1}{4}(\sin \theta)^2 - \frac{1}{4}(\sin \theta)^2(\cos \theta)$$

となることおよび (2) の値を利用して, 面積 S を求めよ.