

2010年歯学部第3問

3  $I_n = \int_0^c \sin^n x \cos^5 x dx, J_n = \int_0^c \sin^n x \cos x dx, K_n = J_n - J_{n+2}$  とおくとき、次の問いに答えよ。  
ただし、 $n$ は自然数であり、 $c$ は正の定数である。

- (1)  $I_n$ を $K_n$ と $K_{n+2}$ を用いて表せ。
- (2)  $A_n = \sum_{m=1}^n I_m$ を $K_1, K_2, K_{n+1}, K_{n+2}$ を用いて表せ。
- (3)  $c = \frac{\pi}{2}$ のとき、 $K_n = \frac{2}{(n+a_1)(n+a_2)}$ となる定数 $a_1$ と $a_2$ を求めよ。ただし、 $a_1 < a_2$ とする。
- (4)  $c = \frac{\pi}{2}$ のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha(A_n + \beta)n^2 = 1$ となる定数 $\alpha$ と $\beta$ を求めよ。