

2017年 歯学部 第3問

3  $-\frac{3}{8} \leq x \leq \frac{3}{4}$  で定義された関数  $f(x)$  を

$$f(x) = \frac{3 - \sqrt{8x+3}}{8} \sqrt{2\sqrt{8x+3} - 8x}$$

で定める. 曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸および 2 直線  $x = -\frac{3}{8}$ ,  $x = \frac{3}{4}$  で囲まれた図形の面積を  $S$  とするとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $f\left(\frac{3}{4}\right)$  と  $f\left(-\frac{3}{8}\right)$  の値を求めよ.
- (2) 定積分  $\int_0^{\frac{2}{3}\pi} \frac{1}{2}(1 - \cos 4\theta) d\theta$  の値を求めよ.
- (3)  $0 \leq \theta \leq \frac{2}{3}\pi$  の範囲で関数

$$g(\theta) = \frac{(2\cos\theta + 1)^2 - 3}{8}$$

を考える.  $g$  と  $f$  の合成関数  $f(g(\theta))$  と  $g(\theta)$  の  $\theta$  に関する微分  $g'(\theta)$  の積  $f(g(\theta))g'(\theta)$  が

$$f(g(\theta))g'(\theta) = \frac{1}{8}(\sin 2\theta)^2 - \frac{1}{4}(\sin \theta)^2 - \frac{1}{4}(\sin \theta)^2(\cos \theta)$$

となることおよび (2) の値を利用して, 面積  $S$  を求めよ.