東京大学

2011 年 文系 第 1 問

1 x の 3 次関数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ が，3 つの条件

$$f(1)=1,\quad f(-1)=-1,\quad \int_{-1}^{1}(bx^2+cx+d)\,dx=1$$

を全て満たしているとする．このような $f(x)$ の中で定積分

$$I=\int_{-1}^{\frac{1}{2}}\{f''(x)\}^2\,dx$$

を最小にするものを求め，そのときの I の値を求めよ．ただし，$f''(x)$ は $f'(x)$ の導関数を表す．