

2016年医学部第1問

1  $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x dx$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )とおく. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $\tan x \leq x + 1 - \frac{\pi}{4}$  ( $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ ) が成り立つことを示せ.
- (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$  を求めよ.
- (3)  $I_n + I_{n+2}$  の値を  $n$  を用いて表せ.
- (4) (3) までの結果を用いて, 無限級数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n}$  の和を求めよ.