2018年 医学部 第4問

$\boxed{4}$ a，bは正の整数で互いに素とする．このとき，どんな整数nも適当な整数x，yを用いて$n=ax+by$という形に表されることが知られている．集合Aを

$$A=\left\{n \;\middle|\; \begin{array}{l} n\text{は整数であって，0以上の適当な整数}x,\ y\text{を用いて} \\ n=ax+by\text{という形に表される．} \end{array}\right\}$$

とおく．このとき，$(a-1)(b-1)-1$はAの要素ではないが，$(a-1)(b-1)$以上のどんな整数もAの要素であることを証明したい．以下の設問に対する解答を述べよ．

(1) $a=4$，$b=7$の場合を考える．このとき，解答用紙（省略）にある0以上27以下の整数のうち，Aの要素であるすべての数を◯で囲め．

(2) nは整数とし，適当な整数x_0とy_0を用いて，$n=ax_0+by_0$と表す．このとき，y_0をaで割った余りをyとすると，適当な整数xを用いて$n=ax+by$という形に表されることを示せ．

(3) $n=(a-1)(b-1)-1$とする．このとき，nはAの要素ではないこと，すなわち0以上のどんな整数x，yを用いても，$n=ax+by$という形に表すことができないことを背理法を用いて示せ．

(4) nは$(a-1)(b-1)$以上の整数とする．このとき，nはAの要素であること，すなわち整数x，yを$0\leqq y<a$を満たすように選んで$n=ax+by$という形に表すと，$x\geqq 0$であることを示せ．