

2014年 第17問

- 17  $\triangle OAB$ について考える. 辺  $OB$  を  $3:2$  に内分する点を  $Q$ , 辺  $OA$  を  $2:5$  に内分する点を  $R$  とし, 線分  $AQ$  と線分  $BR$  の交点を  $P$  とする.  $\vec{OP} = m\vec{OA} + n\vec{OB}$  ( $m, n$  は実数) と表せるとき,  $\frac{15m}{2n}$  の値を求めよ.

$OP$  の延長と  $AB$  の交点を  $S$  とすると.

チェバの定理より.

$$\frac{2}{5} \times \frac{AS}{SB} \times \frac{2}{3} = 1$$

$$\therefore \frac{AS}{SB} = \frac{15}{4} \quad \therefore AS:SB = 15:4$$

$$\therefore \vec{OS} = \frac{4}{19}\vec{OA} + \frac{15}{19}\vec{OB}$$

~~$$\therefore \vec{OP} = \frac{4}{19}\vec{ROA} + \frac{15}{19}\vec{ROB} \text{ と表せる.}$$~~

また, メネラウスの定理より.

$$\frac{2}{5} \times \frac{19}{4} \times \frac{PS}{PO} = 1$$

$$\therefore \frac{PS}{PO} = \frac{10}{19} \quad \therefore PS:PO = 10:19$$

$$\therefore \vec{OP} = \frac{19}{29}\vec{OS}$$

$$= \frac{19}{29} \left( \frac{4}{19}\vec{OA} + \frac{15}{19}\vec{OB} \right)$$

$$= \frac{4}{29}\vec{OA} + \frac{15}{29}\vec{OB} \quad \therefore \frac{15m}{2n} = \frac{\frac{60}{29}}{\frac{30}{29}} = \underline{\underline{2}}$$

