

2016年薬学部第1問

1 次の問いに答えよ。

(1) 整式 $P(x)$ は実数を係数にもつ x の3次式であり、 x^3 の係数は1である。 $P(x)$ を $x-7$ で割ると8余り、 $x-9$ で割ると12余る。方程式 $P(x)=0$ は $a+bi$ を解に持つ。 a, b は1桁の自然数であり、 i は虚数単位とする。

ただし a, b の組み合わせは、 $2a+b$ が連続する2つの整数の積の値と等しくなるもののうち、 $a-b$ が最大となるものとする。このとき、

(i) 整式 $P(x)$ を $(x-7)(x-9)$ で割ると、余りは $\boxed{1}x - \boxed{2}$ である。

(ii) $a = \boxed{3}$, $b = \boxed{4}$ であり、方程式 $P(x)=0$ の実数解は $\boxed{5}$ である。

(2) xy 平面上に曲線 $C_1: y = -x^2 - x + 8$ がある。 C_1 上の動点 A を点 $(1, 2)$ に関して対称移動した点 B の軌跡を C_2 とする。

C_1 と C_2 の2つの交点 P, Q の x 座標をそれぞれ α, β ($\alpha < \beta$) とし、また、 C_1, C_2 と直線 $x = k$ との交点をそれぞれ R, S とする。ただし、 k は $\alpha < k < \beta$ を満たす実数とする。このとき、

(i) C_2 の方程式は $y = x^2 - \boxed{6}x + \boxed{7}$ である。

(ii) 三角形 QRS の面積は $k = \frac{\boxed{8}}{\boxed{9}}$ で最大となる。

(3) xy 平面上に、原点 O を中心とする単位円 C と、 y 軸の正の部分の始線として点 O を中心に回転する2つの動径 L_1, L_2 がある。円 C と L_1, L_2 との交点をそれぞれ P, Q とする。動径 L_1, L_2 の表す角をそれぞれ θ_1, θ_2 とおき、 $\theta_1 = 2\pi t, \theta_2 = -\pi t$ とする。ただし t は、 $t \geq 0$ を満たす実数である。このとき、

(i) 点 P と点 Q が一致する t のうち、 $t=0$ を除く最小の t の値は $\frac{\boxed{10}}{\boxed{11}}$ である。

(ii) 点 P の y 座標と点 Q の y 座標の和の最小値は $\frac{\boxed{12} \boxed{13}}{\boxed{14}}$ である。

(4) 直角三角形 AOB ($\angle AOB = 90^\circ$) に内接する半径 r の円の中心を P とする。辺 AB と円の接点を Q とし、線分 AQ の長さを a 、線分 BQ の長さを b とする。三角形 AOB に対して、自然数 l, m, n ($n < m < l$) は、 $\vec{OP} + m\vec{AP} + n\vec{BP} = \vec{0}$ を満たす。このとき、

(i) 三角形 AOB の3辺の長さの合計は $\boxed{15}a + \boxed{16}b + \boxed{17}r$ である。

(ii) $l = 17$ のとき、 $m = \boxed{18} \boxed{19}$, $n = \boxed{20}$ であり、 $\frac{a}{b} = \frac{\boxed{21}}{\boxed{22} \boxed{23}}$ である。