



2018年 医学部 第4問

4 a, b は正の整数で互いに素とする。このとき、どんな整数 n も 適当な整数 x, y を用いて $n = ax + by$ という形に表されることが知られている。集合 A を

$$A = \left\{ n \mid \begin{array}{l} n \text{ は整数であって, } 0 \text{ 以上の適当な整数 } x, y \text{ を用いて} \\ n = ax + by \text{ という形に表される.} \end{array} \right\}$$

とおく。このとき、 $(a-1)(b-1)-1$ は A の要素ではないが、 $(a-1)(b-1)$ 以上のどんな整数も A の要素であることを証明したい。以下の設問に対する解答を述べよ。

- (1) $a = 4, b = 7$ の場合を考える。このとき、解答用紙（省略）にある 0 以上 27 以下の整数のうち、 A の要素であるすべての数を \bigcirc で囲め。
- (2) n は整数とし、適当な整数 x_0 と y_0 を用いて、 $n = ax_0 + by_0$ と表す。このとき、 y_0 を a で割った余りを y とすると、適当な整数 x を用いて $n = ax + by$ という形に表されることを示せ。
- (3) $n = (a-1)(b-1)-1$ とする。このとき、 n は A の要素ではないこと、すなわち 0 以上のどんな整数 x, y を用いても、 $n = ax + by$ という形に表すことができないことを背理法を用いて示せ。
- (4) n は $(a-1)(b-1)$ 以上の整数とする。このとき、 n は A の要素であること、すなわち整数 x, y を $0 \leq y < a$ を満たすように選んで $n = ax + by$ という形に表すと、 $x \geq 0$ であることを示せ。