



2014年薬学部第4問

 数理
石井K
4 次の空所 ア イ ウ エ オ カ キ ク ケ コ ク ケ コ を埋めよ。関数 $f(x) = x^3 + \frac{1}{2}ax^2 - 6x - \frac{1}{2}b$ がある。ただし、

$$a = \int_0^1 f(t) dt \dots\dots ① \quad b = \int_{-1}^1 f(t) dt \dots\dots ②$$

とする。

(1) 関数 $f(x)$ の不定積分は

$$\int f(t) dt = \frac{1}{\text{ア}} t^4 + \frac{1}{\text{イ}} at^3 - \frac{\text{ウ}}{3} t^2 - \frac{1}{\text{エ}} bt + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

であり、式①、②より $a = -\frac{\text{オ}}{3}$ 、 $b = -\frac{\text{カ}}{\text{キ}} \cdot \frac{1}{2}$ である。(2) $y = f(x)$ が表す曲線 A において、 $x = \frac{3}{2}$ のときの接線 B を $y = g(x)$ とおくと、関数 $f(x)$ の導関数は

$$f'(x) = \frac{\text{ク}}{3} x^2 - \frac{\text{ケ}}{3} x - \frac{\text{コ}}{6}$$

であるので、

$$g(x) = -\frac{\frac{15}{\text{サシ}}}{\frac{\text{ス}}{4}} x - \frac{\frac{25}{\text{セソ}}}{\frac{\text{タ}}{8}}$$

である。

接点以外の、曲線 A と接線 B の交点は、 $\left(-\frac{\text{チ}}{\frac{\text{ツ}}{2}}, \frac{\text{テ}}{\frac{\text{ト}}{2}}\right)$ である。

$$(2) f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + \frac{1}{4} \quad \therefore f'(x) = 3x^2 - 3x - 6$$

$$\therefore g(x) = f'\left(\frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right) + f\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$= -\frac{15}{4}\left(x - \frac{3}{2}\right) - \frac{35}{4}$$

$$= -\frac{15}{4}x - \frac{25}{8}$$

$$f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + \frac{1}{4} - \left(-\frac{15}{4}x - \frac{25}{8}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{27}{8} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 \left(x + \frac{3}{2}\right) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}, \quad g\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{5}{2} \quad \therefore \left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} (1) \int f(t) dt &= \int t^3 + \frac{1}{2}at^2 - 6t - \frac{1}{2}b dt \\ &= \frac{1}{4}t^4 + \frac{1}{6}at^3 - 3t^2 - \frac{1}{2}bt + C \end{aligned}$$

$$a = \left[\frac{1}{4}t^4 + \frac{1}{6}at^3 - 3t^2 - \frac{1}{2}bt \right]_0^1$$

$$= \frac{1}{6}a - \frac{1}{2}b - \frac{11}{4}$$

$$\therefore 5a + 3b = -\frac{33}{2} \dots\dots ③$$

$$b = \left[\frac{1}{6}at^3 - \frac{1}{2}bt \right]_0^1 \times 2$$

$$= \frac{a}{3} - b$$

$$\therefore b = \frac{a}{6} \dots\dots ④$$

$$\text{③, ④より, } a = -3, b = -\frac{1}{2}$$