



2013年薬学部第3問

3 4点 $O(0, 0)$, $A(5, 0)$, $B(5, 4)$, $C(0, 4)$ を頂点とする長方形 $OABC$ の辺 AB , BC 上にそれぞれ点 $P(5, m)$, $Q(n, 4)$ がある. また, $\angle POQ = 45^\circ$, $\angle AOP = \theta$ とする.

(1) $\tan \theta$ を m で表すと $\tan \theta = \frac{m}{\boxed{\text{ア}}}$ である. $\tan(\theta + 45^\circ)$ を n で表すと $\tan(\theta + 45^\circ) = \frac{\boxed{\text{イ}}}{n}$ である.

(2) (1)の結果を利用して, m を n で表すと, $m = \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{n+4} - \boxed{\text{オ}}$ である. また, n の値の範囲は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \leq n \leq \boxed{\text{ク}}$ である.

(3) $\triangle OPQ$ の面積を S とするとき, S を n で表すと

$$\begin{aligned} S &= \boxed{\text{ケコ}} - \frac{\boxed{\text{サシ}}n}{n+4} + \frac{\boxed{\text{ス}}}{2}n \\ &= \frac{\boxed{\text{セ}}}{2}(n+4) - \frac{\boxed{\text{ソタ}}(n+4) - \boxed{\text{チツ}}}{n+4} \\ &= \frac{\boxed{\text{セ}}}{2}(n+4) + \frac{\boxed{\text{チツ}}}{n+4} - \boxed{\text{ソタ}} \text{ となる.} \end{aligned}$$

したがって, S の最小値は $\boxed{\text{テト}}(\sqrt{\boxed{\text{ナ}}} - 1)$ となり, そのとき, $n = \boxed{\text{ニ}}(\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}} - 1)$ である.