



2013年医(医)・理(数理・物理・地環)・工・歯第2問

2 次の各問いに答えよ。

(1) 次の(i), (ii)に答えよ。

(i)  $m, n$ が自然数ならば,  $\frac{m}{n} \neq \sqrt{2}$ である. このことを証明せよ.

(ii)  $p, q$ が自然数ならば,  $\sqrt{2}$ は  $\frac{p}{q}$ と  $\frac{2q}{p}$ の間にある. すなわち,  $\frac{p}{q} < \sqrt{2} < \frac{2q}{p}$  または  $\frac{2q}{p} < \sqrt{2} < \frac{p}{q}$ が成り立つ. このことを証明せよ.

(2) 定数  $a$ は実数で,  $a > 0, a \neq 1$ とする. このとき, すべての正の実数  $x, y$ に対して  $x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$ が成り立つ. このことを証明せよ.